

密なトラストラーメン・ダイヤフラムを有する扁平箱桁の応力解析について

その他（別言語等） のタイトル	On Stress Analysis of a Wide Box Girder with Multiple Diaphragms of Rigid Framed Truss
著者	能町 純雄, 松岡 健一
雑誌名	室蘭工業大学研究報告．理工編
巻	7
号	1
ページ	215-227
発行年	1970-07-15
URL	http://hdl.handle.net/10258/3502

密なトラストラーメン・ダイヤフラムを有する 扁平箱桁の応力解析について

能 町 純 雄 ・ 松 岡 健 一

On Stress Analysis of a Wide Box Girder with Multiple Diaphragms of Rigid Framed Truss

Sumio G. Nomachi and Kenichi Matsuoka

Abstract

In this paper, the stress analysis of the wide box girder with multiple diaphragms of the trussed rigid frame, is dealt with by means of the folded plate theory. Throughout the discussion, it is assumed that the diaphragms are so fixed as to pretend them as an equivalent continuity matter in the spanwise direction, and the frame work of the diaphragm surrounding the truss is too rigid to neglect its axial elongation. So doing, the fundamental difference equations corresponding to the equilibrium of forces at the joint, are introduced. Then, Finite Integration Transforms are applied to those equations. The numerical calculation lead to the conclusion that this type of diaphragm has enough action for distributing the external load, enough resistance to the deformation of the cross section, and enough effect on diminishing the shear lag in the flange plates.

1. 序 文

箱桁は、その断面が変形しないように多くのダイヤフラムで補強されているが、特に、扁平なく形断面の場合、ダイヤフラムをどのような形式にするかということは、諸論のあるところであろう。

ダイヤフラムとして、トラストラーメンを用いた箱桁の実際例は、橋梁については、あまり多くはないが、本論文は、この形式をとりあげ、析板理論を適用して解析を試みたものである。

解析にあたっては、次の仮定を設ける。1) ダイヤフラムは、径間方向に平均化された連続体とみなす。2) 箱部材とトラスの結合は、ピン結合とする。3) フランジの幅員方向の変形は無視する。4) 腹板の鉛直方向の変形は無視する。5) 荷重は、トラス格点に作用するものとする。

2. 断面および記号

トラストラーメンをダイヤフラムとする箱桁の断面を、図-1のようにモデル化し、各断面諸元および変位の記号を下記のようにおく。

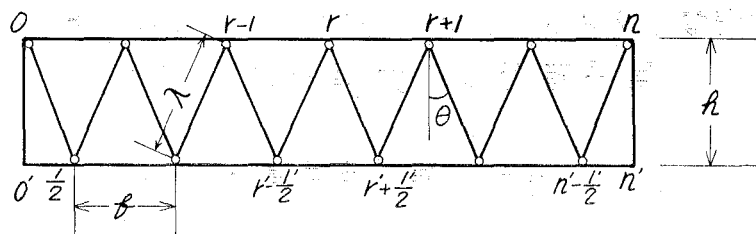


図-1

u_r : r 格点の橋軸方向変位

v : 上フランジの幅員方向変位

v' : 下フランジの幅員方向変位

w_r : r 格点の鉛直方向変位

$S_{r,r+1}$: 部材 $r \cdot r+1$ の r 点における法線力

$X_{r,r+1}$: 部材 $r \cdot r+1$ の r 格点軸まわりの曲げモーメントによるせん断力

M_r : r 格点の格点軸まわりの曲げモーメント

$T_{r,r+1}$: 部材 $r \cdot r+1$ の r 点におけるせん断力

$S_{r,r'+1/2}$: トラス部材 $r \cdot r'+1/2$ の部材応力

l : 支間長

b : 格点間隔

h : 高さ

t : 上フランジの板厚

t' : 下フランジの板厚

t_0 : 腹板の板厚

A_d : トラス部材の断面積

λ : トラス部材の長さ

I : 上フランジの断面 2 次モーメント

I' : 下フランジの断面 2 次モーメント

I_0 : 腹板の断面 2 次モーメント

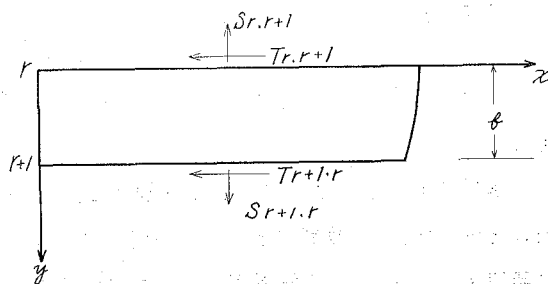


図-2

3. 変位せん断公式

折板理論による、細長い折板の、変位と断面力の関係公式は、すでに、著者の一人(能町)によって変位せん断公式として導かれ、発表されている¹⁾。今、図-2 に示す折板要素 $r \cdot r+1$ をとると

$$T_{r,r+1} = N(2\ddot{u}_r + \ddot{u}_{r+1}) + (\bar{S}_{r,r+1} - \bar{S}_{r+1,r})/b \quad (1)$$

$$T_{r+1,r} = N(\ddot{u}_r + 2\ddot{u}_{r+1}) + (\bar{S}_{r+1,r} - \bar{S}_{r,r+1})/b \quad (2)$$

$$Gtb\ddot{v} = Gt(\dot{u}_r - \dot{u}_{r+1}) + S_{r,r+1} - S_{r+1,r} \quad (3)$$

(1), (2) 式に (3) 式を代入して

$$\dot{T}_{r,r+1} = N(2\ddot{u} + \ddot{u}_{r+1}) + Gt\ddot{v} - Gt(\dot{u}_r - \dot{u}_{r+1})/b \quad (4)$$

$$T_{r,r+1} = N(\ddot{u}_r + 2\ddot{u}_{r+1}) + Gt\ddot{v} + Gt(\dot{u}_r - \dot{u}_{r+1})/b \quad (5)$$

上式中

$$N = Etb/6, \quad \dot{u} = \partial u / \partial x, \quad \bar{S}_{r,r+1} = \int S_{r,r+1} dx.$$

4. フーリエ定和分変換公式²⁾

関数 $f(x)$ のフーリエ定和分変換を次のように記す。

$$S_i[f(x)] = \sum_{x=1}^{n-1} f(x) \sin \frac{i\pi}{n} x \quad (6)$$

$$H_i[f(x)] = \sum_{x=0}^{n-1} f\left(x + \frac{1}{2}\right) \sin \frac{i\pi}{n} \left(x + \frac{1}{2}\right) \quad (7)$$

このフーリエ定和分変換の逆変換は

$$f(x) = \frac{2}{n} \sum_{x=1}^{n-1} S_i[f(x)] \sin \frac{i\pi}{n} x \quad (8)$$

$$f\left(x + \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} H_i\left[f\left(x + \frac{1}{2}\right)\right] \sin \frac{i\pi}{n} \left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{(-1)^x}{n} H_n\left[f\left(x + \frac{1}{2}\right)\right] \quad (9)$$

また、上の公式を用いると

$$S_i[D^2 f(x-1)] = \sin \frac{i\pi}{n} \left\{ (-1)^i f(n) - f(0) \right\} - D_i S_i[f(x)] \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \sum_{x=1}^{n-2} D^2 f\left(x - \frac{1}{2}\right) \sin \frac{i\pi}{n} \left(x + \frac{1}{2}\right) &= -\sin \frac{i\pi}{2n} \left\{ Df\left(\frac{1}{2}\right) + (-1)^i Df\left(n - \frac{3}{2}\right) \right\} \\ &+ 2 \sin \frac{i\pi}{n} \left\{ f\left(\frac{1}{2}\right) - (-1)^i f\left(n - \frac{1}{2}\right) \right\} - D_i H_i\left[f\left(x + \frac{1}{2}\right)\right] \end{aligned} \quad (11)$$

ただし、 $Df(x) = f(x+1) - f(x)$, $Df\left(x - \frac{1}{2}\right) = f\left(x + \frac{1}{2}\right) - f\left(x - \frac{1}{2}\right)$, $D_i = 2\left(1 - \cos \frac{i\pi}{n}\right)$

5. 格点における力のつり合

格点 r における力のつり合は、図-3 から

$$T_{r,r+1} + T_{r,r-1} = 0 \quad (12)$$

$$X_{r,r+1} - X_{r,r-1} + (S_{r,r'+\frac{1}{2}} + S_{r,r'-\frac{1}{2}}) \cos \theta = -P_r \quad (13)$$

$$S_{r,r+1} - S_{r,r-1} + (S_{r,r'+\frac{1}{2}} - S_{r,r'-\frac{1}{2}}) \sin \theta = 0 \quad (14)$$

格点 $r' + \frac{1}{2}$ では、

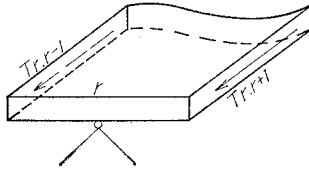


図-3 a

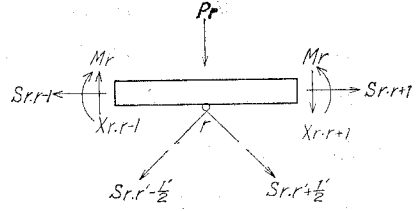


図-3 b

$$T_{r',r'+\frac{1}{2},r'+\frac{1}{2}} + T_{r',r'+\frac{1}{2},r'-\frac{1}{2}} = 0 \quad (15)$$

$$X_{r',r'+\frac{1}{2},r'+\frac{1}{2}} - X_{r',r'+\frac{1}{2},r'-\frac{1}{2}} - (S_{r',r'+\frac{1}{2}} + S_{r+1,r'+\frac{1}{2}}) \cos \theta = 0 \quad (16)$$

$$S_{r',r'+\frac{1}{2},r'+\frac{1}{2}} - S_{r',r'+\frac{1}{2},r'-\frac{1}{2}} + (S_{r+1,r'+\frac{1}{2}} - S_{r',r'+\frac{1}{2}}) \sin \theta = 0 \quad (17)$$

格点 $\frac{1}{2}'$ では,

$$T_{\frac{1}{2}',\frac{1}{2}'} + T_{\frac{1}{2}',0'} = 0$$

$$X_{\frac{1}{2}',\frac{1}{2}'} - X_{\frac{1}{2}',0'} - (S_{0,\frac{1}{2}'} + S_{1,\frac{1}{2}'}) \cos \theta = 0 \quad (19)$$

$$S_{\frac{1}{2}',\frac{1}{2}'} - S_{\frac{1}{2}',0'} + (S_{1,\frac{1}{2}'} - S_{0,\frac{1}{2}'}) \sin \theta = 0 \quad (20)$$

また, トラスの部材力 $S_{r',r'+\frac{1}{2}'}$, $S_{r',r'-\frac{1}{2}'}$ は,

$$S_{r',r'+\frac{1}{2}'} = \frac{EA_d}{\lambda} \left[(v' - v) \sin \theta + (w_{r'+\frac{1}{2}'} - w_r) \cos \theta \right] \quad (21)$$

$$S_{r',r'-\frac{1}{2}'} = \frac{EA_d}{\lambda} \left[(v - v') \sin \theta + (w_{r'-\frac{1}{2}'} - w_r) \cos \theta \right] \quad (22)$$

さらに,

$$X_{r',r+1} = X_{r+1,r} = \frac{1}{b} (M_{r+1} - M_r) \quad (23)$$

$$M_{r-1} + 4M_r + M_{r+1} = \frac{6EI}{b^2} \Delta^2 w_{r-1} \quad (24)$$

(12), (13), (15) および (16) 式に (4), (5) 式および (21)~(23) 式を代入して,

$$N(6\ddot{u} + \Delta^2 \ddot{u}_{r-1}) + \frac{Gt}{b} \Delta^2 \dot{u}_{r-1} = 0 \quad (25)$$

$$N'(6\ddot{u}_{r'+\frac{1}{2}'} + \Delta^2 \ddot{u}_{r'-\frac{1}{2}'}) + \frac{Gt'}{b} \Delta^2 \dot{u}_{r'-\frac{1}{2}'} = 0 \quad (26)$$

$$\frac{1}{b} \Delta^2 M_{r-1} + \frac{EA_d}{\lambda} \cos^2 \theta (w_{r'+\frac{1}{2}'} - 2w_r + w_{r'-\frac{1}{2}'}) = -P_r \quad (27)$$

$$\frac{1}{b} \Delta^2 M_{r'-\frac{1}{2}'} + \frac{EA_d}{\lambda} \cos^2 \theta (w_{r+1} - 2w_{r'+\frac{1}{2}'} + w_r) = 0 \quad (28)$$

また, (24) 式から, 格点 r および $r'+\frac{1}{2}'$ で,

$$6M_r + \Delta^2 M_{r-1} + \frac{6EI}{b^2} \Delta^2 w_{r-1} = 0 \quad (29)$$

$$6M_{r'+\frac{1}{2}'} + l^2 M_{r'-\frac{1}{2}'} + \frac{6EI'}{b^2} l^2 w_{r'-\frac{1}{2}'} = 0 \quad (30)$$

同様に, (18), (19) 式から格点 $\frac{1}{2}'$ では,

$$N'(2\ddot{u}_{\frac{1}{2}'} + \ddot{u}_{\frac{3}{2}'} - Gt' \frac{\dot{u}_{\frac{1}{2}'} - \dot{u}_{\frac{3}{2}'}}{b} + \frac{N'}{2} (2\ddot{u}_{\frac{1}{2}'} + \ddot{u}_{0'}) + 2Gt' \frac{\dot{u}_{0'} - \dot{u}_{\frac{1}{2}'}}{b} = 0 \quad (31)$$

$$\frac{2}{b} (M_{0'} - M_{\frac{1}{2}'} + \frac{1}{b} M_{\frac{3}{2}'} - M_{\frac{1}{2}'} - \frac{EA_d}{\lambda} \cos^2 \theta (w_1 - 2w_{\frac{1}{2}'} + w_0) = 0 \quad (32)$$

$$M_{\frac{3}{2}'} + 3M_{\frac{1}{2}'} + \frac{1}{2} M_{0'} + \frac{6EI'}{b^2} (w_{\frac{3}{2}'} - w_{\frac{1}{2}'}) - \frac{12EI'}{b^2} (w_{\frac{1}{2}'} - w_0) = 0 \quad (33)$$

6. u, w, M の和分変換式

(25)~(30) 式で与えられる差分式を, 各格点で求め, さらに境界点でのつり合式を考えて, 連立方程式を設定することにより, 各点の未知量を求めることができる。しかし, これは, 格点数を n とすると, $3 \times (2n+3)$ 個の未知量となり, $3 \times (2n+3)$ 元の連立方程式を解かなければならない。これは, 格点数が多くなると, 電子計算機の容量, 計算時間の点で, かなり大きな問題となる。この解決のために, 我々は, 定和分変換を用いる。

(25)~(30) 式を, r の方向に定和分変換, x の方向に有限フーリエ変換し, (31)~(33) 式の関係を用いて整理すると,

$$\begin{aligned} & \left\{ N \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 (6 - D_i) + \frac{Gt}{b} D_i \right\} S_i [\dot{u}_{r,m}] \\ &= \left\{ \frac{Gt}{b} - N \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 \right\} \sin \frac{\pi i}{n} \left\{ \dot{u}_{0,m} - (-1)^i u_{n,m} \right\} \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} & \left\{ N' \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 (6 - D_i) + \frac{Gt'}{b} D_i \right\} H_i [\dot{u}_{r'+\frac{1}{2}',m}] \\ &= \left\{ \frac{2Gt'}{b} - \frac{N'}{2} \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 \right\} \sin \frac{\pi i}{2n} \left\{ \dot{u}_{0',m} - (-1)^i \dot{u}_{n',m} \right\} \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{b} D_i S_i [M_{r,m}] - \frac{2EA_d}{\lambda} \cos^2 \theta \left\{ \cos \frac{\pi i}{2n} H_i [w_{r'+\frac{1}{2}',m}] - S_i [w_{r,m}] \right\} \\ &= P_{i,m} - \frac{1}{b} \sin \frac{\pi i}{n} \left\{ (-1)^i M_{r,m} - M_{0,m} \right\} \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{b} D_i H_i [M_{r'+\frac{1}{2}',m}] - \frac{2EA_d}{\lambda} \cos^2 \theta \left\{ \cos \frac{\pi i}{2n} S_i [w_{r,m}] - H_i [w_{r'+\frac{1}{2}',m}] \right\} \\ &= \frac{2}{b} \sin \frac{\pi i}{2n} \left\{ M_{0',m} - (-1)^i M_{n',m} \right\} + \frac{EA_d}{\lambda} \cos^2 \theta \left\{ w_{0,m} - (-1)^i w_{n,m} \right\} \sin \frac{\pi i}{2n} \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} & (6 - D_i) S_i [M_{r,m}] - \frac{6EI}{b^2} D_i S_i [w_{r,m}] = \sin \frac{\pi i}{n} \left\{ (-1)^i M_{n,m} - M_{0,m} \right\} \\ &+ \frac{6EI}{b^2} \sin \frac{\pi i}{n} \left\{ (-1)^i w_{n,m} - w_{0,m} \right\} \end{aligned} \quad (38)$$

$$(6-D^2) \mathbf{H}_i[\mathbf{M}_{r'+\frac{1}{2}',m}] - \frac{6EI'}{b^2} D_i \mathbf{H}_i[\mathbf{w}_{r'+\frac{1}{2}',m}] = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi i}{2n} \left\{ (-1)^i \mathbf{M}_{n,m} - \mathbf{M}_{0,m} \right\} \\ - \frac{12EI'}{b^2} \sin \frac{\pi i}{2n} \left\{ (-1)^i \mathbf{w}_{n,m} - \mathbf{w}_{0,m} \right\} \quad (39)$$

上式中, $\mathbf{S}_i[\dot{\mathbf{u}}_{r,m}]$, $\mathbf{H}_i[\dot{\mathbf{u}}_{r'+\frac{1}{2}',m}]$, $\mathbf{S}_i[\mathbf{w}_{r,m}]$, $\mathbf{H}_i[\mathbf{w}_{r'+\frac{1}{2}',m}]$, $\mathbf{S}_i[\mathbf{M}_{r,m}]$, $\mathbf{H}_i[\mathbf{M}_{r'+\frac{1}{2}',m}]$ は $\dot{\mathbf{u}}_r$, $\dot{\mathbf{u}}_{r'+\frac{1}{2}'}$, \mathbf{w}_r , $\mathbf{w}_{r'+\frac{1}{2}'}$, \mathbf{M}_r , $\mathbf{M}_{r'+\frac{1}{2}'}$ を, それぞれ定和分変換および有限フーリエ変換したものであり, これらを逆変換することにより, 各値を求めることができる。すなわち,

$$\dot{\mathbf{u}}_r = \frac{4}{nl} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{S}_i[\dot{\mathbf{u}}_{r,m}] \sin \frac{m\pi}{l} x \cdot \sin \frac{i\pi}{n} r \quad (40)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{r'+\frac{1}{2}'} = \frac{4}{nl} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{H}_i[\dot{\mathbf{u}}_{r'+\frac{1}{2}',m}] \sin \frac{m\pi}{l} x \cdot \sin \frac{i\pi}{n} \left(r + \frac{1}{2} \right) \\ + (-1)^r \frac{2}{nl} \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{H}_n[\dot{\mathbf{u}}_{r'+\frac{1}{2}',m}] \sin \frac{m\pi}{l} x \quad (41)$$

$$\mathbf{w}_r = \frac{4}{nl} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{S}_i[\mathbf{w}_{r,m}] \sin \frac{m\pi}{l} x \cdot \sin \frac{i\pi}{n} r \quad (42)$$

$$\mathbf{w}_{r'+\frac{1}{2}'} = \frac{4}{nl} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{H}_i[\mathbf{w}_{r'+\frac{1}{2}',m}] \sin \frac{m\pi}{l} x \cdot \sin \frac{i\pi}{n} \left(r + \frac{1}{2} \right) \\ + \frac{2}{nl} (-1)^r \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{H}_n[\mathbf{w}_{r'+\frac{1}{2}',m}] \sin \frac{m\pi}{l} x \quad (43)$$

$$\mathbf{M}_r = \frac{4}{nl} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{S}_i[\mathbf{M}_{r,m}] \sin \frac{m\pi}{l} x \cdot \sin \frac{i\pi}{n} r \quad (44)$$

$$\mathbf{M}_{r'+\frac{1}{2}'} = \frac{4}{nl} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{H}_i[\mathbf{M}_{r'+\frac{1}{2}',m}] \sin \frac{m\pi}{l} x \cdot \sin \frac{i\pi}{n} \left(r + \frac{1}{2} \right) \\ + \frac{2}{nl} (-1)^r \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{H}_n[\mathbf{M}_{r'+\frac{1}{2}',m}] \sin \frac{m\pi}{l} x \quad (45)$$

また, (34)~(39) 式中の $\dot{\mathbf{u}}_{0,m}$, $\mathbf{w}_{0,m}$, $\mathbf{M}_{0,m}$, ... 等は, 境界条件を満足するように決定する。

7. 境界条件

境界点, 0, 0' における力のつり合を図-4に示す。したがって, 力のつり合式は,

0 点で

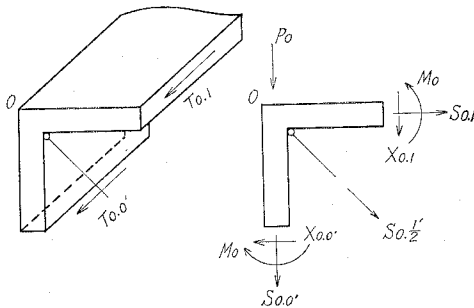


図-4 a

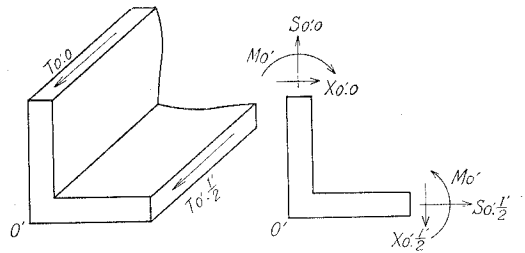


図-4 b

$$T_{0.1} + T_{0.0'} = 0 \quad (46)$$

$$X_{0.1} + S_{0.0'} + S_{0.\frac{1}{2}'} \cos \theta = -P_0 \quad (47)$$

$$S_{0.1} - X_{0.0'} + S_{0.\frac{1}{2}'} \sin \theta = 0 \quad (48)$$

0' 点で

$$T_{0'.0} + T_{0'.\frac{1}{2}'} = 0 \quad (49)$$

$$X_{0'.\frac{1}{2}'} - S_{0'.0} = 0 \quad (50)$$

$$X_{0'.0} + S_{0'.\frac{1}{2}'} = 0 \quad (51)$$

(46), (49) 式に, (4), (5) 式を代入すると,

$$N_0(2\ddot{u}_0 + \ddot{u}_{0'}) + Gt_0\ddot{w} - \frac{Gt_0}{h}(\dot{u}_0 - \dot{u}_{0'}) + N(2\ddot{u} + \ddot{u}_1) + Gt\ddot{v} - \frac{Gt}{b}(\dot{u}_0 - \dot{u}_1) = 0 \quad (52)$$

$$\begin{aligned} N_0(2\ddot{u}_{0'} + \ddot{u}_0) - Gt_0\ddot{w} + \frac{Gt_0}{h}(\dot{u}_0 - \dot{u}_{0'}) + \frac{N'}{2}(2\ddot{u}_{0'} + \ddot{u}_{\frac{1}{2}'}') \\ + Gt'\ddot{v}' - \frac{2Gt'}{b}(\dot{u}_{0'} - \dot{u}_{\frac{1}{2}'}') = 0 \end{aligned} \quad (53)$$

上式を有限フーリエ変換し, 整理すると,

$$\begin{aligned} -\left\{2(N+N_0)\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2 + \left(\frac{Gt_0}{h} + \frac{Gt}{b}\right)\right\}\dot{u}_{0.m} - \left\{N_0\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2 - \frac{Gt_0}{h}\right\}\dot{u}_{0'.m} \\ - \left\{N\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2 - \frac{Gt}{b}\right\}\dot{u}_{1.m} - Gt_0\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2 w_{0.m} - Gt\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2 v_m = 0 \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \left\{N_0\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2 + \frac{Gt_0}{h}\right\}\dot{u}_{0.m} + \left\{(2N_0+N')\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2 + \frac{Gt_0}{h} + \frac{2Gt'}{b}\right\}\dot{u}_{0'.m} \\ + \left\{\frac{N'}{2}\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2 - \frac{2Gt'}{b}\right\}\dot{u}_{\frac{1}{2}.m} - Gt_0\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2 w_{0.m} + Gt'\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2 v'_m = 0 \end{aligned} \quad (55)$$

また, (47), (50) 式に (21)~(23) 式を代入し整理すると,

$$\begin{aligned} \left\{Gt_0h\ddot{w}_0 - \frac{EA_d}{\lambda} \cos^2 \theta \cdot w_0\right\} - \frac{EA_d}{\lambda} \sin \theta \cos \theta (v - v') - Gt_0(\dot{u}_0 - \dot{u}_{0'}) \\ + \frac{1}{b}(M_1 - M_0 + 2M_{\frac{1}{2}'} - 2M_{0'}) + \frac{EA_d}{\lambda} \cos^2 \theta w_{\frac{1}{2}'} = -P_0 \end{aligned} \quad (56)$$

さらに, フーリエ変換を行なうと,

$$\begin{aligned} -\left\{Gt_0h\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2 + \frac{EA_d}{\lambda} \cos^2 \theta\right\}w_{0.m} + \frac{EA_d}{\lambda} \cos^2 \theta w_{\frac{1}{2}.m} - Gt_0(\dot{u}_{0.m} - \dot{u}_{0'.m}) \\ - \frac{EA_d}{\lambda} \sin \theta \cos \theta (v_m - v'_m) + \frac{1}{b}(\mathbf{M}_{1.m} - \mathbf{M}_{0.m} + 2\mathbf{M}_{\frac{1}{2}.m} - 2\mathbf{M}_{0'.m}) = -P_{0.m} \end{aligned} \quad (57)$$

水平方向力のつり合式, (14), (48) および n 点におけるつり合も考慮して,

$$\begin{aligned} S_{0.1} + S_{12} - S_{10} + S_{23} - S_{21} + \cdots + S_{r.r+1} - S_{r+1.r} + \cdots + S_{n-1.n} - S_{n-1.n-2} - S_{n.n-1} \\ = \sum_{r=1}^{n-1} (S_{r.r+1} - S_{r.r+1}) + S_{0.1} - S_{n.n-1} = \sum_{r=0}^{n-1} (S_{r.r+1} - S_{r+1.r}) \end{aligned}$$

$$\sum_{r=1}^{n-1} (S_{r,r+1} - S_{r,r-1}) + S_{0,1} - S_{n,n-1} = \frac{EA_d}{\lambda} \cos \theta \cdot \sin \theta (w_0 - w_n) \\ + \frac{2nEA_d}{\lambda} \sin^2 \theta (v - v') + \frac{1}{h} (M_0 + M_{0'} - M_n - M_{n'})$$

一方 (3) 式から

$$\sum_{r=0}^{n-1} (S_{r,r+1} - S_{r+1,r}) = nGtb\ddot{v} + Gt(\dot{u}_n - \dot{u}_0) \\ \therefore nGtb\ddot{v} - \frac{2nEA_d}{\lambda} \sin^2 \theta (v - v') - \frac{EA_d}{\lambda} \cos \theta \cdot \sin \theta (w_0 - w_n) - Gt(\dot{u}_n - \dot{u}_0) \\ - \frac{1}{h} (M_0 + M_{0'} - M_n - M_{n'}) = 0 \quad (58)$$

(17), (51) および n' 点のつり合式と (3) 式から同様にして

$$nGt'b\ddot{v}' + \frac{2nEA_d}{\lambda} (v - v') - \frac{EA_d}{\lambda} \cos \theta \cdot \sin \theta (w_n - w_0) + Gt'(\dot{u}_{n'} - \dot{u}_{0'}) \\ + \frac{1}{h} (M_0 + M_{0'} - M_n - M_{n'}) = 0 \quad (59)$$

(58), (59) 式をフーリエ変換すると,

$$\left\{ nGt \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 + \frac{2nEA_d}{\lambda} \sin^2 \theta \right\} v_m - \frac{2nEA_d}{\lambda} \sin^2 \theta v'_m + \frac{EA_d}{\lambda} \cos \theta \cdot \sin \theta (w_{0,m} \\ - w_{n,m}) + \frac{1}{h} (M_{0,m} + M_{0',m} - M_{n,m} - M_{n',m}) + Gt(\dot{u}_{n,m} - \dot{u}_{0,m}) = 0 \quad (60)$$

$$- \frac{2nEA_d}{\lambda} \sin^2 \theta v_m - \left\{ nG' \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 + \frac{2nEA_d}{\lambda} \sin^2 \theta \right\} v'_m - \frac{EA_d}{\lambda} \cos \theta \sin \theta (w_{n,m} \\ - w_{0,m}) + \frac{1}{h} (M_{0,m} + M_{0',m} - M_{n,m} - M_{n',m}) + Gt'(\dot{u}_{n',m} - \dot{u}_{0',m}) = 0 \quad (61)$$

また, 変位と曲げモーメントの関係は,

0 点で

$$\frac{b}{I} M_1 + 2 \left(\frac{b}{I} + \frac{h}{I^0} \right) M_0 - \frac{h}{I^0} M_{0'} + 6E \left(\frac{w_1 - w_0}{b} - \frac{v - v'}{h} \right) = 0 \quad (62)$$

$0'$ 点で

$$- \frac{h}{I_0} M_0 + 2 \left(\frac{h}{I^0} + \frac{b}{2I'} \right) M_{0'} + \frac{b}{2I'} M_{\frac{1}{2}} + 6E \left\{ \frac{2}{b} (w_{\frac{1}{2}} - w_0) + \frac{v - v'}{h} \right\} = 0 \quad (63)$$

n, n' 点においても, 同様にして, (54), (55), (57), (62), (63) と同等の式が求められる。

$$- \left\{ 2(N + N_0) \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 + \frac{Gt_0}{h} + \frac{Gt}{b} \right\} \dot{u}_{n,m} - \left\{ N_0 \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 + \frac{Gt_0}{h} \right\} \dot{u}_{n',m} - \\ - \left\{ N \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 - \frac{Gt}{\lambda} \right\} \dot{u}_{n-1,m} - Gt_0 \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 w_{n,m} - Gt \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 v_m = 0 \quad (64)$$

$$\begin{aligned} & \left\{ N_0 \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 + \frac{Gt_0}{h} \right\} \dot{u}_{n \cdot m} + \left\{ (2N_0 + N') \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 + \frac{Gt_0}{h} + \frac{2Gt'}{b} \right\} \dot{u}_{n' \cdot m} \\ & + \left\{ \frac{N'}{2} \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 - \frac{2Gt'}{b} \right\} \dot{u}_{n' - \frac{1}{2}' \cdot m} - Gt_0 \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 w_{n \cdot m} + Gt' \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 v'_m \\ & = 0 \end{aligned} \quad (65)$$

$$\begin{aligned} & \left\{ Gt_0 h \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 + \frac{EA_d}{\lambda} \cos^2 \theta \right\} w_{n \cdot m} - \frac{EA_d}{\lambda} \cos^2 \theta w_{n' - \frac{1}{2}' \cdot m} \\ & - \frac{EA_d}{\lambda} \cos \theta \cdot \sin \theta (v_m - v'_m) + Gt_0 (\dot{u}_{n \cdot m} - \dot{u}_{n' \cdot m}) + \frac{1}{b} (M_{n \cdot m} - M_{n-1 \cdot m} \\ & + 2M_{n' \cdot m} - 2M_{n' - \frac{1}{2}' \cdot m}) = -P_{n \cdot m} \end{aligned} \quad (66)$$

$$\frac{b}{I} M_{n-1} + 2 \left(\frac{b}{I} + \frac{h}{I_0} \right) M_n - \frac{h}{I_0} M_{n'} + 6E \left(\frac{v - v'}{h} - \frac{w_n - w_{n-1}}{b} \right) = 0 \quad (67)$$

$$\begin{aligned} & \frac{b}{2I'} M_{n' - \frac{1}{2}'} + 2 \left(\frac{h}{I_0} + \frac{b}{2I'} \right) M_{n'} - \frac{h}{I_0} M_n + 6E \left\{ \frac{v - v'}{h} - \frac{2}{b} (w_n - w_{n' - \frac{1}{2}'}) \right\} \\ & = 0 \end{aligned} \quad (68)$$

上式中,

$$\dot{u}_{0 \cdot m} = \int_0^l \dot{u}_0 \sin \frac{m\pi}{l} x dx, \quad w_{0 \cdot m} = \int_0^l w_0 \sin \frac{m\pi}{l} x dx,$$

$$M_{0 \cdot m} = \int_0^l M_0 \sin \frac{m\pi}{l} x dx, \quad v_m = \int_0^l v \sin \frac{m\pi}{l} x dx,$$

$\dot{u}_{0' \cdot m}$, $\dot{u}_{n \cdot m}$, $\dot{u}_{n' \cdot m}$, $w_{n \cdot m}$, $M_{0' \cdot m}$, $M_{n \cdot m}$, $M_{n' \cdot m}$, v'_m 等も同様である。

また,

$$\dot{u}_{1 \cdot m} = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} S_i [\dot{u}_{r \cdot m}] \sin \frac{i\pi}{n},$$

$$\dot{u}_{\frac{1}{2}' \cdot m} = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} H_i [\dot{u}_{r' + \frac{1}{2}' \cdot m}] \sin \frac{i\pi}{2n} + \frac{1}{n} H_n [\dot{u}_{r' + \frac{1}{2}' \cdot m}],$$

$$\dot{u}_{n-1 \cdot m} = -\frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} (-1)^i S_i [\dot{u}_{r \cdot m}] \sin \frac{i\pi}{n},$$

$$\dot{u}_{n' - \frac{1}{2}' \cdot m} = -\frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} (-1)^i H_i [\dot{u}_{r' + \frac{1}{2}' \cdot m}] \sin \frac{\pi i}{2n} - \frac{1}{n} (-1)^n H_n [\dot{u}_{r' + \frac{1}{2}' \cdot m}],$$

同様にして, $w_{1 \cdot m}$, $w_{\frac{1}{2}' \cdot m}$, $w_{n-1 \cdot m}$, $w_{n' - \frac{1}{2}' \cdot m}$, $M_{1 \cdot m}$, $M_{\frac{1}{2}' \cdot m}$, $M_{n-1 \cdot m}$, $M_{n' - \frac{1}{2}' \cdot m}$, も導くことができる。

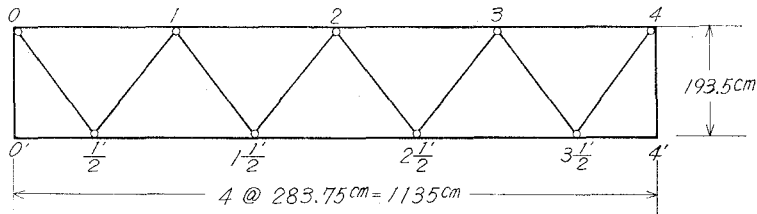
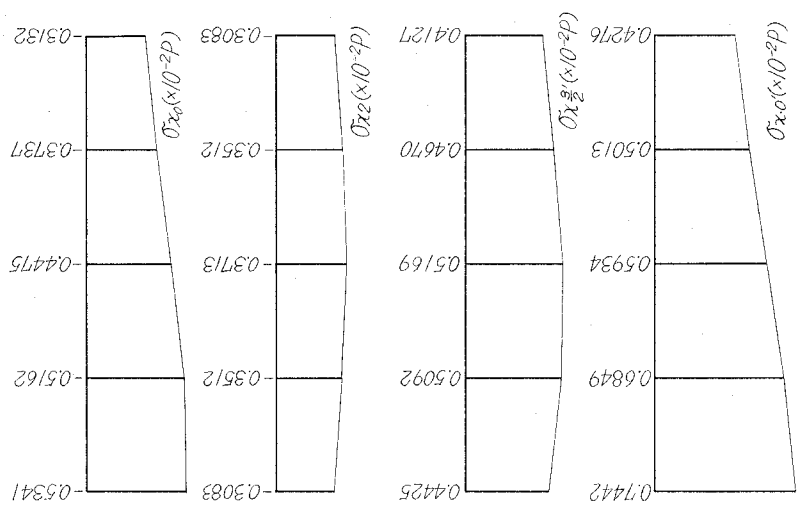
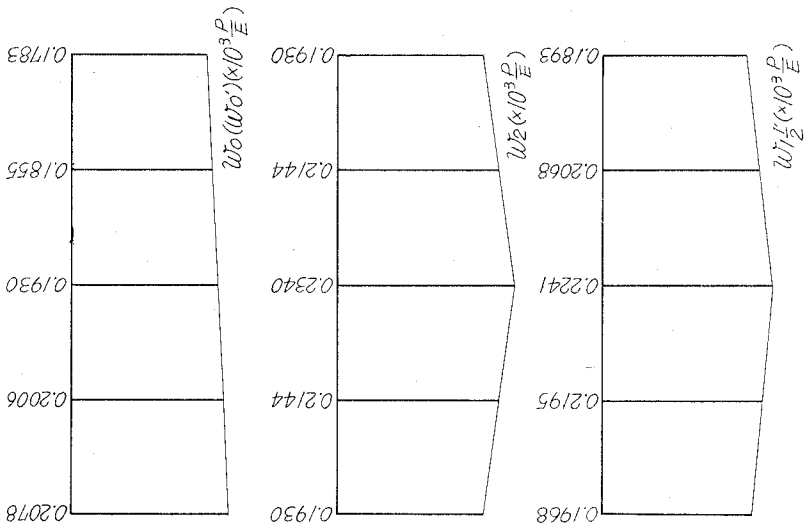


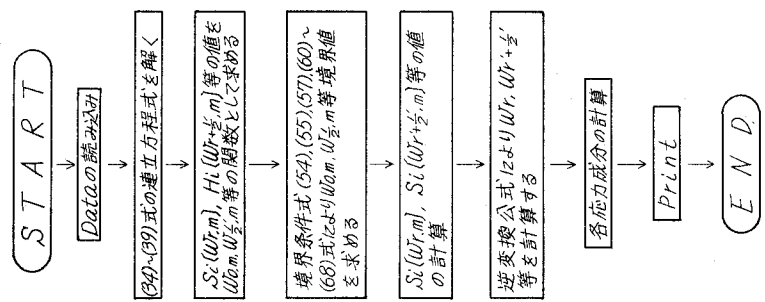
図-5



図—8 横軸方向応力影響線図



図—7 たわみ影響線図



図—6 Flow Chart

以上, (54), (55), (57), (60)~(68) 式の条件を満足するように, (34)~(39) 式を解くことにより, 各点の変位, 断面力を求めることができる。さらに上式は, 荷重の対称, 逆対称性を考えることにより, 一層簡単化することも可能である。

8. 数値計算例

数値計算例として, 現在建設中である石狩河口橋の断面をとりあげ, 三径間連続斜張橋, 支間 288 m のものを, これと撓みの等価な, 支間 70 m の単純梁として解析した結果をここに述べる。

モデル化した断面は 図-5 に示す。また, 断面の諸数値は, $n=4$, $t=2.12$ cm, $t'=1.5$ cm, $t_0=0.9$ cm, $b=283.75$ cm, $h=193.4$ cm, $I=113.6667$ cm⁵, $I'=38.061111$ cm⁴, $I_0=28.2639$ cm⁴, $A_a=0.06661111$ cm², $l=7000$ cm である。この他, ダイヤフラムとしてのトラストラーメンの作用を検討するため, $A_a=0.01$ cm² としたものの一部, 計算した。この場合の計算のフローチャートは 図-6 であり, その結果は 図-7, 8, 9, 10 に, 支間中央断面における各影響線図を, 図-11 に, 0 点に載荷した場合の橋軸

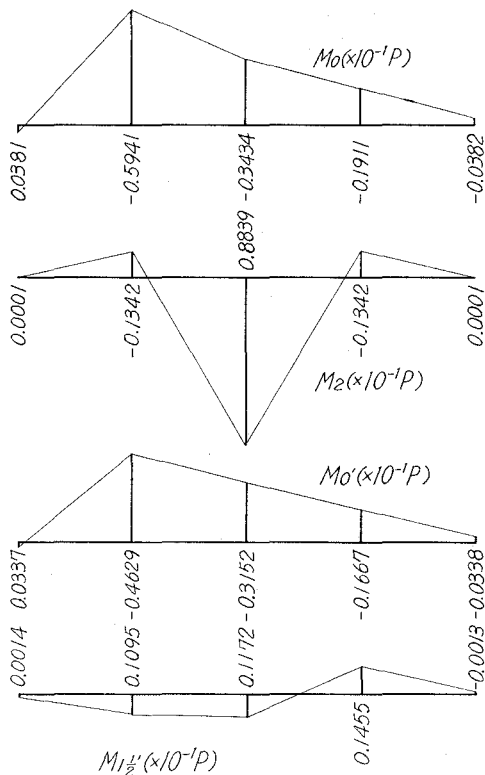


図-9 曲げモーメント影響線図

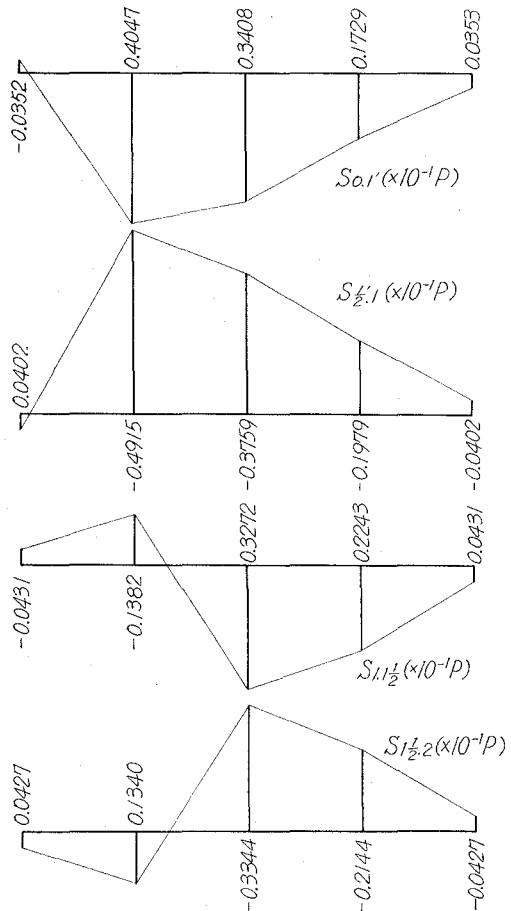
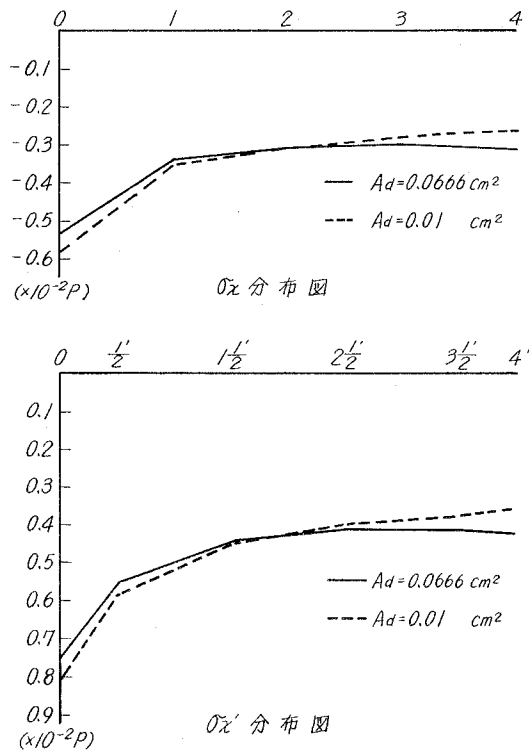
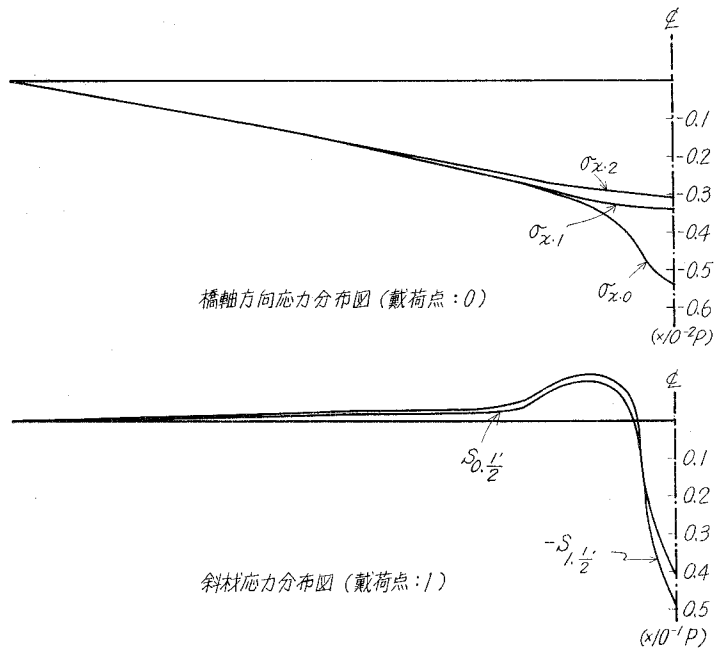


図-10 斜材応力影響線図



図—11 橋軸方向応力分布図 (載荷点: 0)



図—12 橋軸方向応力及び斜材応力の橋長方向の分布

方向応力の分布図を、さらに、図-12に、橋軸方向応力および、斜材応力の支間方向の変化の状態を示した。この結果、たわみや曲げモーメント影響線図から、ダイヤフラムとして取付けた、トラス部材はかなり良く荷重を分散させていると思われる。しかし、図-11に示すように、この場合にも、腹板近くのフランジには shear lag の影響がはっきりでており、その影響は当然のことながら、トラス部材の断面積の小さいものの方が大きくなっている。また、支間方向の応力の変化は、図-12の如く、橋軸方向応力では、shear lag の影響が荷重点から 6~8 m 付近ではほとんど見られなくなっており、また、斜材応力については、荷重点でかなり大きな値であるが、それが荷重点から離れるに従い、急激に減少し、2 m 付近では逆向の応力となって、以下順次減少している。このことは、荷重点において、斜材が箱桁の断面変形に十分抵抗しており、その応力が急激に減少していることは、断面の変形が局部的なものであることを示しているものと考えられる。なお、上の解析例では、支間方向の荷重荷位置は支間中央だけである。

9. 結 び

以上、トラストラーメンをダイヤフラムとする、複雑な構造物について、析板理論および定和分変換を用いて解析を行なった。本数値計算例からは、トラス部材が、ダイヤフラムとして、荷重分散、断面変形に対する抵抗、shear lag の減少等の点から有効であるといえるが、さらに詳しい検討は、まだ計算例も少なく、他の形式との比較も十分でないので後の機会に譲る。

最後に、本解析では、定和分変換を用いたが、この結果、数値計算例の場合で、33 元の連立方程式を、4 元の連立方程式 2 個、8 元の連立方程式、2 元の連立方程式に分割することができるので、電子計算機の容量、計算時間とも、格段に少なくすることができる。

なお、数値計算は、本学電子工学科の電子計算機 FACOM-270-20 で行なったものである。

(昭和 45 年 5 月 20 日受理)

文 献

- 1) S. G. Nomachi: Memoirs of the Muroran Institute of Tech., 6 (2), 369 (1966).
- 2) S. G. Nomachi: Memoirs of the Muroran Institute of Tech., 5 (1), 187 (1965).
- 3) 能町純雄・松岡健一・小針憲司: 昭和 44 年度, 土木学会北海道支部, 研究発表会論文集, 第 26 号, 125 (1970).